医 学 部

2019年度一般入学試験(後期)

理　科(問　題)

注　意

1) 理科の問題冊子は全部で31ページあり，問題数は，物理4問，化学4問，生物5問である。白紙・余白の部分は計算・下書きに使用してよい。

2) 別に解答用紙が3枚ある。解答はすべてこの解答用紙の指定欄に記入すること。指定欄以外への記入はすべて無効である。

3) **3枚の解答用紙のすべての所定欄に，それぞれ受験番号を記入すること。氏名を記入してはならない。なお，記入した受験番号が誤っている場合や無記入の場合は，当該科目の試験が無効となる。また，※印の欄には何も記入してはならない。**

4) 理科は物理・化学・生物のうち2科目を選択して解答すること。**選択しない科目の解答用紙には(受験番号は忘れず記入の上)用紙全体に大きく✕印をつけて，選択しなかったことがはっきりと分かるようにすること。**

5) **3科目全部にわたって解答したもの，および解答用紙3枚のうち1枚に✕印のないものは，理科の試験全部が無効となる。**

6) 問題冊子は持ち帰ること。

7) 解答用紙は持ち出してはならない。

8) 試験終了時には，解答用紙を裏返して，下から順に物理，化学，生物の解答用紙を重ねて置くこと。解答用紙の回収後，監督者の指示に従い退出すること。

物　　理（後期）

Ⅰ　地球の質量を求めるため，図１のように質量の分かった均質な山の近くで振り子を静止させた。地球は半径 R の均質な球体で，R は地球の表面から測った山の高さに比べじゅうぶん大きい。おもりが山から受ける万有引力は，山の全質量が点Ｐにあるときの万有引力に等しい。振り子のおもりを吊っている糸は軽く，振り子は地球と山の影響だけを受けるとして以下の問に答えよ。自転の影響はないとする。角度の単位は全てラジアン(rad)である。途中の考え方も記せ。

問１　図１のように山の片側で振り子のおもりが，点Ｐと同じ高さで距離 d のところで静止している。このとき，振り子の糸は鉛直方向から微小角 θ だけ傾いている。地球の質量は山の質量の何倍か。

微小角 θ は，無限遠にある星Ａを基準にすると，高い精度で決定することができる。図２のように，同じ経度で，図１の山の北側(緯度 α_N)と南側(緯度 α_S)で振り子を吊したところ，おもりは図１の点Ｐと同じ高さで，$NP = d_1$，$SP = d_2$ となる点Ｎと点Ｓで静止した。山の密度は ρ_M で，その形状は底面が半径 r，高さ h の円錐形である。

問２　山の北側の振り子の糸は鉛直から微小角 θ_N，山の南側では微小角 θ_S だけ傾いていたとする。地球の密度を ρ_E として，微小角 ϕ に対して $\sin\phi \fallingdotseq \tan\phi \fallingdotseq \phi$ を用い，$\theta_N + \theta_S$ を求めよ。

問３　北側の振り子の糸の延長線と南側の振り子の糸の延長線の交点を点Ｏとする。鋭角 $\angle NOS$ を α_N，α_S，θ_N，θ_S を用いて表せ。

このとき，地球からみた星Ａの方向と山の北側の振り子の糸がなす角は β_N，山の南側の振り子の糸がなす角は β_S であった。

問４　地球の密度 ρ_E を，θ_N と θ_S を用いずに表せ。

問 5　$R = 6.4 \times 10^6\,\mathrm{m}$，$r = 7.2 \times 10^2\,\mathrm{m}$，$d_1 = d_2 = 6.4 \times 10^2\,\mathrm{m}$，$h = 1.0 \times 10^3\,\mathrm{m}$，$\rho_M = 2.56 \times 10^3\,\mathrm{kg/m^3}$，$\alpha_N = 0.989000$，$\alpha_S = 0.988800$，$\beta_N = 1.04700$，$\beta_S = 1.04675$ であるとき，地球の密度はいくらか。

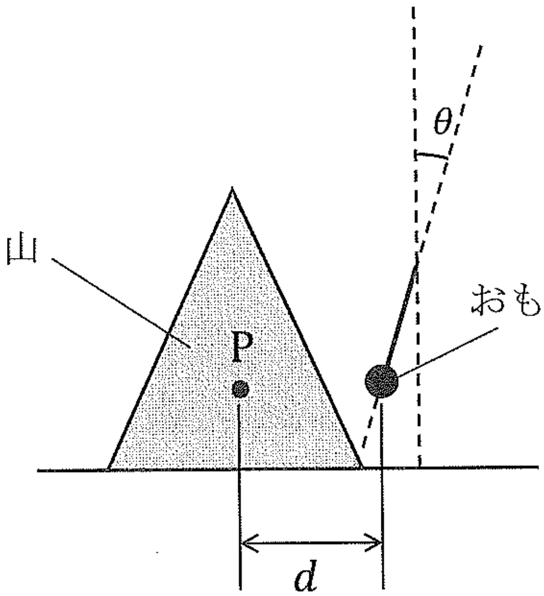


図 1

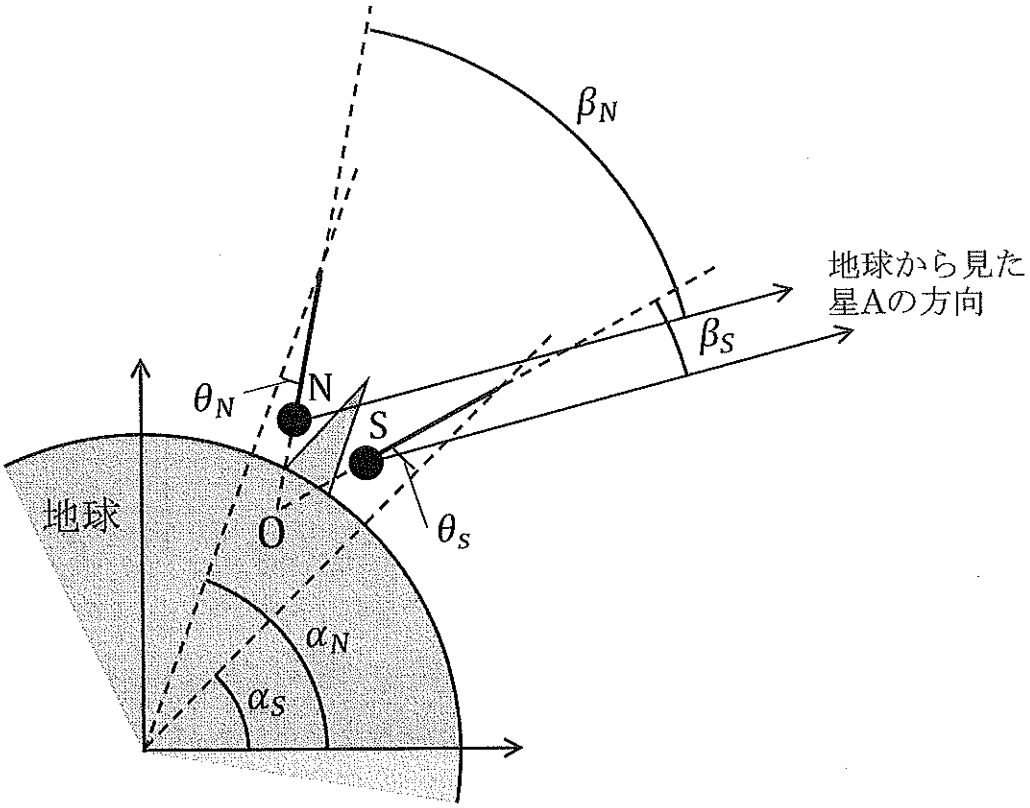
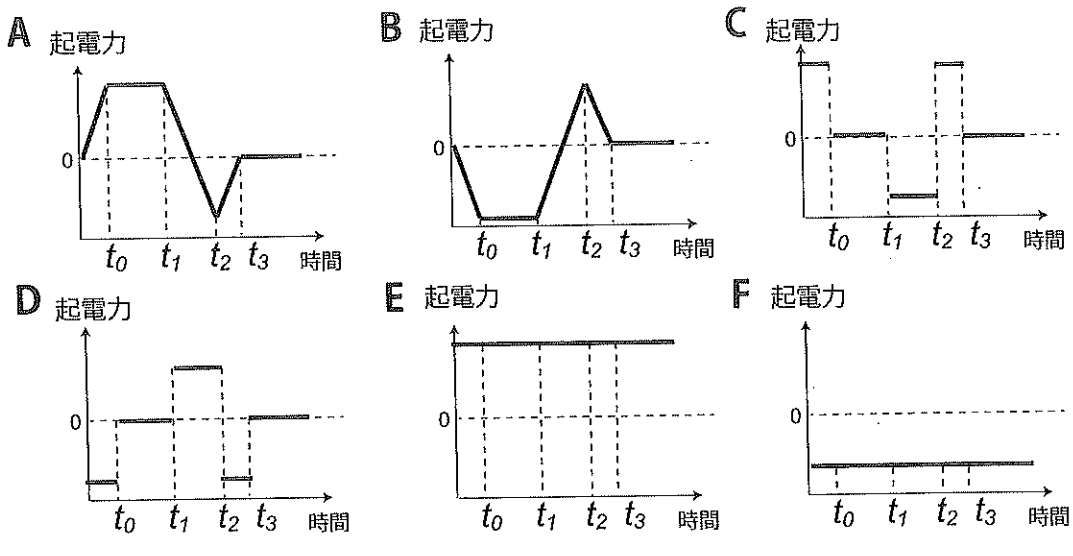


図 2

Ⅱ　じゅうぶん長いソレノイドが磁場を介して，少しだけ離れたコイルに与える影響を考える。図1のように平面P上のコイル(半径 r)と，中心軸がコイルの中心Oを通り平面Pに対し直交しているソレノイド(単位長さあたりの巻き数 n)がある。以下の問に答えよ。問2以外は途中の考え方も記せ。ただし空気の透磁率は真空の透磁率 μ_0 に等しいとし，ソレノイドとコイルに流れる電流の向きは，矢印aの向きから見て時計回りを正方向とする。コイルはソレノイドの直径に対してじゅうぶん小さいので，コイルを貫く磁場は一様とみなす。その磁束密度はソレノイド内部の磁束密度の k 倍($0 < k < 1$)とする。

問1　ソレノイドに一定の大きさの正の電流 I が流れている。ソレノイド内部の磁束密度はいくらか。またコイルを貫く磁束はいくらか。

問2　ソレノイドに流れる電流を図2のように時間とともに変える。コイルに誘導される起電力の変化として正しいものを次から選べ。ただしコイルに正の電流を流そうとする起電力を，正の起電力とする。



問3　ソレノイドに流れる電流を，微小時間 Δt の間に I から $I + \Delta I$($\Delta I > 0$)に変えると，コイルに大きさ V の起電力が誘導された。ΔI はいくらか。ただしソレノイドの自己誘導，およびコイルに流れる電流がソレノイドに与える影響は無視できるとする。

◇M6(080—80)

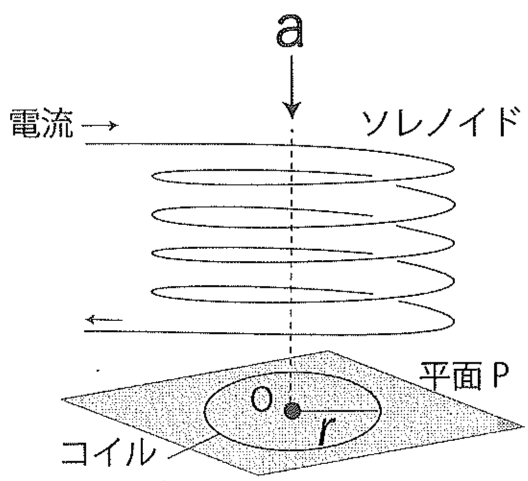


図 1

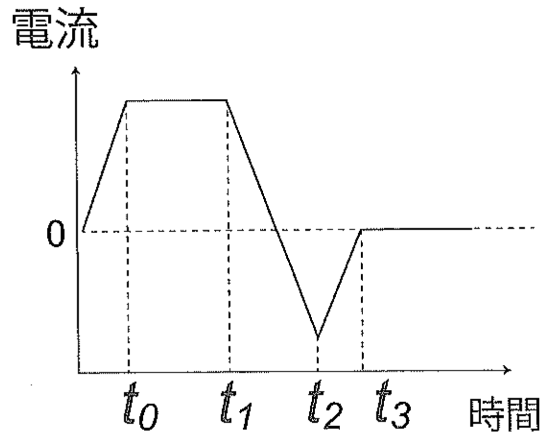


図 2

TMS(経頭蓋(とうがい)磁気刺激法)とは，電磁誘導を用いて頭部外から頭部内の神経細胞を電気的に刺激する方法である。図 1 のソレノイドが頭部外に，コイルが頭部内にあるとして TMS の仕組みを考えよう。頭部内部の透磁率は真空の透磁率 μ_0 に等しいとする。

問 4　個々の神経細胞を抵抗値 R_C の抵抗と考える。この抵抗が N_1 個並列接続された合成抵抗が，図 3 のように，半径 r の円周上に単位長さあたり N_2 個，直列接続されている回路をコイルとみなす。このコイルにソレノイドによる電磁誘導で大きさ V の起電力が生じたときに，抵抗値 R_C の抵抗に流れる電流はいくらか。

問 5　神経細胞は，流れる電流の大きさが I_C を越えると電気信号を発する。ソレノイドの電流を微小時間 Δt の間に I から $I+\Delta I$ に変化させることで問 4 のコイルに起電力を誘導し，コイルの全ての神経細胞に大きさ I_C の電流を流す。このために必要な ΔI はいくらか。ただし神経細胞が電気信号を発することによるエネルギーの消費は考えない。

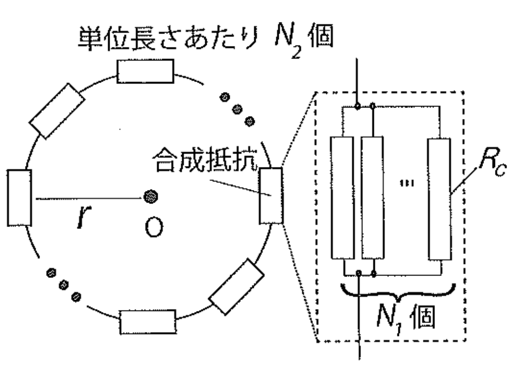


図 3

III　水面を伝わる波の速さ v は，水深 d が波の波長に比べてじゅうぶん小さい場合，重力加速度の大きさを g として，$v = \sqrt{gd}$ で表されることが知られている。

図のように，水を入れた水槽に水深 2 cm の領域 I と水深 10 cm の領域 II がある。3 周期分の直線波を水面に発生させた。時刻 $t = 0$ における，波の山の波面，進行方向，および波の断面を図に示す。このとき，先頭の波の山の一端は領域 I と領域 II の境界上の点 A にある。図の方眼は 0.7 m 間隔である。以下の問に答えよ。ただし，波の減衰，回折による広がり，および 2 つの領域の間の境界や水槽の縁での波の反射は，すべて考えないものとする。$g = 9.8\ \mathrm{m/s^2}$ とする。

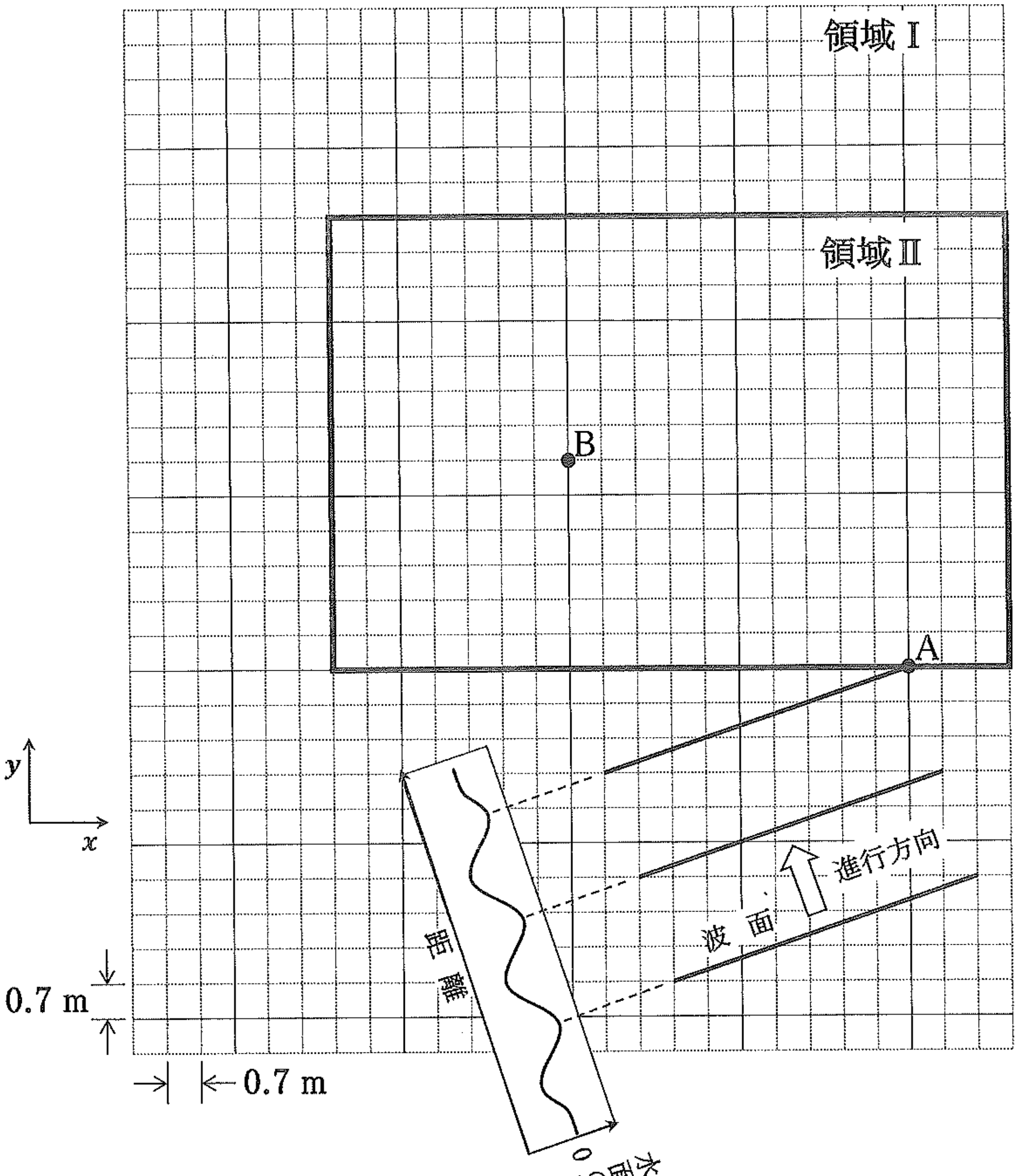
問 1　領域 I における波の速さ v_1 および領域 II における波の速さ v_2 を求めよ。ただし解答には根号を用いてもよい。

問 2　領域 II に進入した波の進行方向が図の y 軸となす角を θ とする。$\sin\theta$ の値を求めよ。途中の考え方も記せ。

問 3　$t = 5$ s におけるすべての波の山の波面を解答欄中に図示せよ。

問 4　$t = 5$ s から $t = 25$ s の間の，図中の点 B における水面の高さの変化を，解答用紙のグラフに記入せよ。波がないときの水面の高さを 0 とし，波の山が点 B を通過する時刻を横軸に記すこと。

問 5　$t = 15$ s におけるすべての波の山の波面を解答欄中に図示せよ。


領域Ⅰ
領域Ⅱ
B
A
y
x
進行方向
波面
距離
0
水面の高さ
0.7 m
0.7 m

Ⅳ　物質にX線をあてたとき，散乱するX線の中には，入射するX線より波長の長いものが含まれる。この現象はコンプトン効果と呼ばれる。

静止している電子にX線をあてたとき，電子がはじき飛ばされ，同時にX線も散乱される。コンプトン効果では，X線を光子としてみなし，散乱を光子と電子の弾性衝突と考える。図1は，衝突後の光子の運動量ベクトルを$\overrightarrow{OA}$，電子の運動量ベクトルを$\overrightarrow{OC}$で表したものである。点Oに静止していた電子は，速さvで入射方向に対し角度ϕの方向に，光子は角度θの方向に飛び去ったとする。散乱前のX線の波長をλ，散乱後のX線の波長をλ'，電子の質量をm，プランク定数をh，光速をcとすると，衝突前後におけるエネルギー保存則は次式のように表される。

$$\frac{\boxed{\text{ア}}}{\lambda} = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\lambda'} + \frac{1}{2}mv^2 \qquad (1)$$

また，衝突の前後でX線と電子の運動量の総和も保存されるので，平行四辺形OABCにおいて，△OABに余弦定理を適用すると次式が得られる。

$$(mv)^2 = \boxed{\text{イ}} \qquad (2)$$

(2)式を(1)式に代入してvを消去し，整理すると次式のようになる。

$$\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda'} = \boxed{\text{ウ}}\left(\frac{1}{\lambda^2} + \frac{1}{\lambda'^2} - \frac{\boxed{\text{エ}}}{\lambda\lambda'}\right)$$

この両辺に$\lambda\lambda'$を掛けると，

$$\lambda' - \lambda = \boxed{\text{ウ}}\left(\frac{\lambda'}{\lambda} + \frac{\lambda}{\lambda'} - \boxed{\text{エ}}\right)$$

となる。衝突による波長の変化量$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$が$\lambda$に比べじゅうぶん小さいとき，次式のように近似できる。

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda \fallingdotseq \boxed{\text{ウ}}\left(2 - \boxed{\text{エ}}\right)$$

問1　本文中のア〜エの空欄に最も適した文字式を，所定の解答欄に記入せよ。ただし，OA，OBのように表記した線分の長さを用いてはならない。

問2　はじき飛ばされた電子のエネルギーが最大になるときのX線の散乱角θと波長の変化量$\Delta\lambda$を求めよ。途中の考え方も記せ。

コンプトン効果の検証実験を図2のような装置で行った。単色X線を黒鉛に照射すると，散乱したX線のうち，スリットを通過したX線だけが検出用の結晶に入射する。結晶と検出器は回転台に載せられており，回転させることができる。このとき，X線の入射方向に対する結晶表面の回転角αに対し，検出器は回転角2αを常に維持するようになっている。結晶の表面は結晶の格子面と平行となっており，結晶の格子面で反射したX線を検出器で測定することができる。

問3　$\theta = 0^\circ$で，結晶を$\alpha = 0$から徐々に回転したところ，$\alpha = \alpha_1$のとき，検出器が初めて強いX線を検出した。結晶の表面に平行な格子面間隔をd，スリットを通過したX線の波長をλ_1として，λ_1，α_1，dの間の関係式を示せ。

問4　図3は$\theta = 0^\circ$のときの測定結果の一部である。散乱角$\theta = 45^\circ$，90°，135°のときに推定される測定結果を所定の解答欄に図示せよ。解答欄に図示してある$\theta = 0^\circ$のときの結果に注意して図示すること。

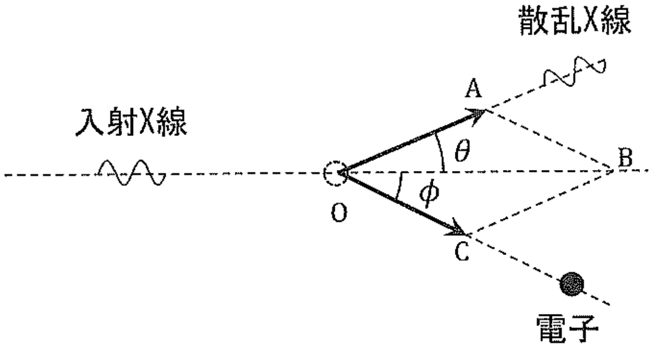


図1

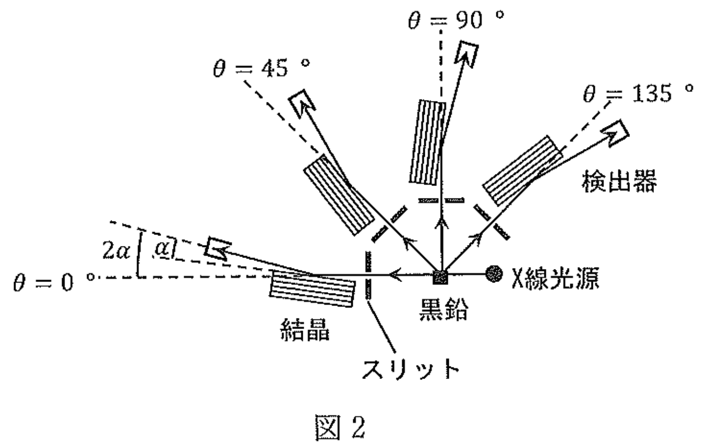


図2

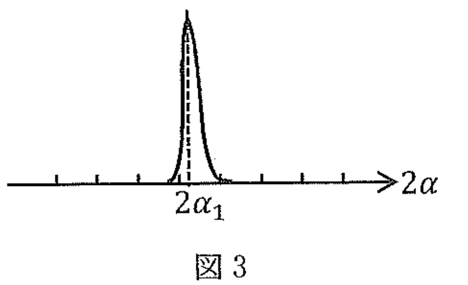


図3

◇M6(080—85)